



## গাণিতিক যুক্তি

বিষয় কোড : ০০৮, গড়াই

নির্ধারিত সময় : ২ ঘণ্টা

পূর্ণমান : ৫০



বেলাল আহমেদ রাজু

৪৬তম বিসিএস লিখিত মডেল টেস্ট-৬

[দ্রষ্টব্য: সকল প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেক প্রশ্নের মান প্রশ্নের শেষ প্রান্তে দেখানো হয়েছে।]

নম্বর

১। (ক) যদি,  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হয়, তবে  $\frac{a^6-1}{a^3}$  এর মান কত?

২.৫

$a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে,  $\frac{a^6-1}{a^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

**Sol<sup>n</sup>:** দেওয়া আছে,  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  বা,  $\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$  [বিপরীতকরণ করে]

$$\text{বা, } \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})} \quad \text{বা, } \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{5})^2} \quad \text{বা, } \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5}$$

$$\therefore \frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5} \quad \therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= \frac{a^6-1}{a^3} = \frac{a^6}{a^3} - \frac{1}{a^3} = a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) = (2\sqrt{5})^3 + 3.(2\sqrt{5}) \\ &= 8 \times 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 40\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 46\sqrt{5} \quad \text{Ans.} \end{aligned}$$

(খ) উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন :  $54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$

২.৫

**Sol<sup>n</sup>:** ধরি,  $f(x) = 54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$

$$\text{তাহলে, } f\left(-\frac{1}{2}a\right) = 54\left(-\frac{1}{2}a\right)^4 + 27a\left(-\frac{1}{2}a\right)^3 - 16\left(-\frac{1}{2}a\right) - 8a = \frac{27}{8}a^4 - \frac{27}{8}a^4 + 8a - 8a = 0$$

$$\therefore x - \left(-\frac{1}{2}a\right) = x + \frac{a}{2} = \frac{1}{2}(2x + a), f(x) \text{ এর একটি উৎপাদক, অতএব } 2x + a, f(x) \text{ এর একটি উৎপাদক।}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a &= 27x^3(2x + a) - 8(2x + a) = (2x + a)(27x^3 - 8) \\ &= (2x + a)\{(3x)^3 - (2)^3\} = (2x + a)(3x - 2)(9x^2 + 6x + 4) \end{aligned}$$

২। (ক)  $x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$  হলে,  $x$  এর মান কত?

২.৫

**Sol<sup>n</sup>:** দেওয়া আছে,  $x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$

$$\text{বা, } (x^x)^{\sqrt{x}} = \left(x.x^{\frac{1}{2}}\right)^x \quad \text{বা, } (x^x)^{\sqrt{x}} = \left(x^{1+\frac{1}{2}}\right)^x \quad \text{বা, } (x^x)^{\sqrt{x}} = \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^x \quad \text{বা, } (x^x)^{\sqrt{x}} = (x^x)^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{x} = \frac{3}{2} \quad \text{বা, } (\sqrt{x})^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \quad \text{বা, } x = \frac{9}{4} \quad \therefore x = \frac{9}{4}$$

(খ) যদি  $\log_{10} [98 + \sqrt{x^2 - 12x + 36}] = 2$  হয় তবে  $x$  এর মান কত?

২.৫

**Sol<sup>n</sup>:**  $\log_{10} [98 + \sqrt{x^2 - 12x + 36}] = 2$  বা,  $(10)^2 = 98 + \sqrt{x^2 - 12x + 36}$  [ $\log a^m = p$  হলে  $a^p = m$ ]

$$\text{বা, } 100 - 98 = \sqrt{x^2 - 12x + 36} \quad \text{বা, } 2 = \sqrt{x^2 - 12x + 36} \quad \text{বা, } x^2 - 12x + 36 = 4$$

$$\text{বা, } x^2 - 8x - 4x + 32 = 0 \quad \text{বা, } x(x - 8) - 4(x - 8) = 0 \quad \text{বা, } (x - 8)(x - 4) = 0 \quad \therefore x = 4, 8$$

৩। (ক)  $|2x-5| < 3$  অসমতাটির সমাধান নির্ণয় করুন এবং সমাধানটিকে সংখ্যা রেখায় প্রদর্শন করুন।

২.৫

**Sol<sup>n</sup>:**  $|2x-5| < 3$

$$-3 < 2x - 5 < 3$$

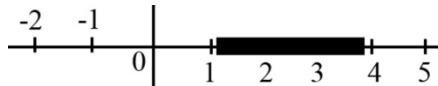
$$-3 + 5 < 2x - 5 + 5 < 3 + 5 \quad [\text{তিনটি অংশেই 5 যোগ করে}]$$

$$2 < 2x < 8$$

$$1 < x < 4 \quad [\text{তিনটি অংশেই 2 দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান: } 1 < x < 4$$

সংখ্যা রেখা :



(খ) সমাধান করুন :  $6\sqrt{\frac{2x}{x-1}} + 5\sqrt{\frac{x-1}{2x}} = 13$

২.৫

$$\text{Sol<sup>n</sup>: } 6\sqrt{\frac{2x}{x-1}} + 5\sqrt{\frac{x-1}{2x}} = 13 \quad \text{ধরি, } \frac{2x}{x-1} = y^2 \quad \text{প্রদত্ত সমীকরণ, } 6\sqrt{y^2} + 5\sqrt{\frac{1}{y^2}} = 13$$

$$\text{বা, } 6y + \frac{5}{y} = 13 \quad \text{বা, } 6y^2 + 5 = 13y \quad \text{বা, } 6y^2 - 13y + 5 = 0 \quad \text{বা, } 6y^2 - 10y - 3y + 5 = 0$$

$$\text{বা, } 2y(3y - 5) - 1(3y - 5) = 0 \quad \text{বা, } (3y - 5)(2y - 1) = 0$$

$$\text{হয় } 3y - 5 = 0 \quad \text{অথবা, } 2y - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 3y = 5 \quad \text{বা, } 2y = 1$$

$$\text{বা, } y = \frac{5}{3} \quad \text{বা, } y = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } y^2 = \frac{25}{9} \quad \text{বা, } y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{2x}{x-1} = \frac{25}{9} \quad \text{বা, } \frac{2x}{x-1} = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } 25x - 25 = 18x \quad \text{বা, } 8x = x - 1$$

$$\text{বা, } 25x - 18x = 25 \quad \text{বা, } 8x - x = -1$$

$$\text{বা, } 7x = 25 \quad \text{বা, } 7x = -1$$

$$\text{বা, } x = \frac{25}{7} \quad \text{বা, } x = -\frac{1}{7}$$

- ৪। কোন পরীক্ষায় আতিকের কম্পিউটারে পাস করার সম্ভাবনা  $\frac{2}{3}$ , পরিসংখ্যানে পাস করার সম্ভাবনা  $\frac{4}{9}$ । যদি তার যে কোন এক বিষয়ে পাস করার সম্ভাবনা  $\frac{4}{5}$  হয়, তবে উভয় বিষয়ে পাস করার সম্ভাবনা কত? ৫

**Sol<sup>n</sup>:** ধরি, A = কম্পিউটারে পাস করার ঘটনা, B = পরিসংখ্যানে পাস করার ঘটনা। কম্পিউটারে পাস করার সম্ভাবনা,  $P(A) = \frac{2}{3}$ ,

পরিসংখ্যানে পাস করার সম্ভাবনা,  $P(B) = \frac{4}{9}$ , যে কোনো এক বিষয়ে পাস করার সম্ভাবনা,  $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$ ।

∴ উভয় বিষয়ে পাস করার সম্ভাবনা,  $P(A \cap B) = ?$

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) + P(B) - P(A \cup B) \\ &= \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{5} = \frac{10}{9} - \frac{4}{5} = \frac{14}{45} \end{aligned}$$

- ৫। ভূতলস্থ কোনো স্থানে একটি দালানের ছাদের একটি বিন্দুর উন্নতি কোণ  $60^\circ$ । ঐ স্থান থেকে 42 মিটার পিছিয়ে গেলে দালানের ঐ বিন্দুর উন্নতি কোণ  $45^\circ$  হয়। দালানটির উচ্চতা কত? ৫

সমাধান : মনে করি,

দালানের উচ্চতা AB = h মিটার, শীর্ষের উন্নতি  $\angle ACB = 60^\circ$  এবং C স্থান থেকে CD = 42 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি  $\angle ADB = 45^\circ$  হয়।

ধরি, BC = x মিটার।

∴ BD = BC + CD = (x + 42) মিটার।

$$\Delta ABC \text{ থেকে পাই, } \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} \quad \text{বা, } \sqrt{3} = \frac{h}{x} \quad [\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}]$$

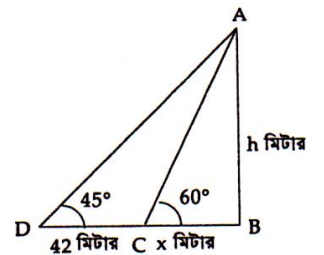
$$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } \Delta ABD \text{ থেকে পাই, } \tan 45^\circ = \frac{AB}{BD} \quad \text{বা, } 1 = \frac{h}{x + 42} \quad [\because \tan 45^\circ = 1]$$

$$\text{বা, } h = x + 42 \quad \text{বা, } h = \frac{h}{\sqrt{3}} + 42; [(i) \text{ নং সমীকরণের সাহায্যে}]$$

$$\text{বা, } h = \frac{h + 42\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \quad \text{বা, } \sqrt{3}h = h + 42\sqrt{3} \quad \text{বা, } \sqrt{3}h - h = 42\sqrt{3} \quad \text{বা, } (\sqrt{3} - 1)h = 42\sqrt{3} \quad \text{বা, } h = \frac{42\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$$

∴ দালানটির উচ্চতা h = 99.373 মিটার (প্রায়)



- ৬। (ক)  $\cot^4 A - \cot^2 A = 1$  হলে, প্রমাণ করুন যে,  $\cos^4 A + \cos^2 A = 1$  ২.৫

**Sol<sup>n</sup>:** (ক)  $\cot^4 A - \cot^2 A = 1$  হলে, প্রমাণ করুন যে,  $\cos^4 A + \cos^2 A = 1$

$$\text{দেওয়া আছে, } \cot^4 A - \cot^2 A = 1 \quad \text{বা, } \cot^4 A = 1 + \cot^2 A \quad \text{বা, } \cot^4 A = \operatorname{cosec}^2 A \quad \text{বা, } \frac{\cos^4 A}{\sin^4 A} = \frac{1}{\sin^2 A}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos^4 A}{\sin^4 A} \times \sin^2 A = \frac{1}{\sin^2 A} \times \sin^2 A \quad \text{বা, } \frac{\cos^4 A}{\sin^2 A} = 1 \quad \text{বা, } \cos^4 A = \sin^2 A \quad \text{বা, } \cos^4 A = 1 - \cos^2 A$$

$$\text{বা, } \cos^4 A + \cos^2 A = 1 \quad \therefore \cos^4 A + \cos^2 A = 1 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

(খ) 'Thesis' শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে প্রতিবারে 4টি অক্ষর নিয়ে মোট কত উপায়ে বাছাই করা যায়?

২.৫

**Sol<sup>n</sup>:** Thesis শব্দটিতে মোট 6টি বর্ণ আছে, যার মধ্য দুইটি বর্ণ একই এবং বাকিগুলো ভিন্ন।

Thesis শব্দ হতে প্রতিবার চারটি বর্ণ নিয়ে নিম্নরূপে বাছাই করা যায়।

ক্ষেত্র	বাছাই
i) 4টি ভিন্ন t,h,e,s,i	i) ${}^5C_4 = 5$
ii) 2টি একই, 2টি ভিন্ন s,s t,h,e,i	ii) $1 \times {}^4C_2 = 1 \times 6 = 6$

∴ মোট বাছাই = 5 + 6 = 11 (Ans)

৭। (ক) এক ব্যক্তি একটি ঋণদান সংস্থা থেকে বার্ষিক ৮% চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ৫০০০ টাকা ঋণ নিলেন। প্রতি বছর শেষে তিনি ২০০০ টাকা করে পরিশোধ করেন। ২য় কিস্তি পরিশোধের পর তার আর কত টাকা ঋণ থাকবে?

২.৫

**Sol<sup>n</sup>:** ১ম বছর শেষে ঋণের পরিমাণ,

$$C = 5000 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^1 = 5000 \left(\frac{100 + r}{100}\right)^1 \quad \left| \begin{array}{l} \text{এখানে, } p = 5000 \quad r = 8 \quad n = 1 \\ = 5000 \times \frac{108}{100} = 5400 \end{array} \right.$$

∴ ১ম কিস্তি পরিশোধের পর তার ঋণের পরিমাণ = (৫৪০০ - ২০০০) টাকা = ৩৪০০ টাকা

১ম বছর পর অর্থাৎ ২য় বছরে তার ঋণের পরিমাণ,

$$C = 3400 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^1 = 3400 \left(\frac{100 + r}{100}\right)^1 \quad \left| \begin{array}{l} \text{এখানে, } p = 3400 \quad r = 8 \quad n = 1 \\ = 3400 \times \frac{108}{100} = 3400 \times 1.08 = 3672 \text{ টাকা} \end{array} \right.$$

∴ ২য় কিস্তি পরিশোধের পর তার ঋণের পরিমাণ = (৩৬৭২ - ২০০০) টাকা = ১৬৭২ টাকা। (উত্তর)

(খ) একজন দোকানদার কিছু ডাল ২৩৭৫.০০ টাকায় বিক্রয় করায় তার ৫% ক্ষতি হলো। ঐ ডাল কত টাকায় বিক্রয় করলে তার ৬% লাভ হতো?

২.৫

**Sol<sup>n</sup>:** খুচরা বিক্রেতার ক্ষেত্রে, ৫% ক্ষতিতে ডালের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ - ৫) টাকা = ৯৫ টাকা

বিক্রয়মূল্য ৯৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\frac{100}{95} = \frac{2375}{x} \quad \text{বা, } x = \frac{2375 \times 95}{100} = 2256.25 \text{ টাকা}$$

$$\frac{100 \times 2375}{95} = 2256.25 \text{ টাকা}$$

আবার, ৬% লাভে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৬) টাকা = ১০৬ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০৬ টাকা

$$\frac{100}{106} = \frac{2256.25}{x} \quad \text{বা, } x = \frac{2256.25 \times 106}{100} = 2391.625 \text{ টাকা}$$

$$\frac{106 \times 2256.25}{100} = 2391.625 \text{ টাকা}$$

∴ ৬% লাভে বিক্রয়মূল্য ২৩৯১.৬২৫ টাকা।

৮।  $\triangle ABC$  এর  $\angle A$  এর সমদ্বিখণ্ডক  $BC$  কে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $BC$  -এর সমান্তরাল কোণের রেখাংশ  $AB$  ও  $AC$  কে যথাক্রমে  $E$  ও  $F$

বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করুন যে,  $\frac{BD}{DC} = \frac{BE}{CF}$

৫

প্রমাণ:

(১) যেহেতু  $AD$ ,  $\angle A$ -এর সমদ্বিখণ্ডক এবং তা  $BC$ -কে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে। ∴  $AB : AC = BD : DC$  [ত্রিভুজের যেকোনো কোণের সমদ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে ঐ কোণসংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে বিভক্ত করে]

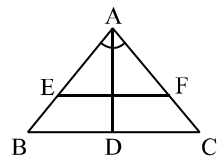
$$\text{বা, } \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \dots\dots (i)$$

$$(২) \text{ আবার, } EF \parallel BC \quad \therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{CF} \quad \text{বা, } \frac{AE + BE}{BE} = \frac{AF + CF}{CF} \quad [\text{যোজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BE} = \frac{AF}{CF} \quad [\text{একান্তরকরণ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CF} \dots\dots\dots (ii)$$

$$(৩) \text{ এখন, (i) ও (ii) হতে পাই- } \frac{BD}{DC} = \frac{BE}{CF} \quad (\text{প্রমাণিত})$$



৯। একটি শ্রেণির 100 জন ছাত্রের মধ্যে 42 জন ফুটবল, 46 জন ক্রিকেট এবং 39 জন হকি খেলে। এদের মধ্যে 13 জন ফুটবল ও ক্রিকেট, 14 জন ক্রিকেট ও হকি এবং 12 জন ফুটবল ও হকি খেলতে পারে। এছাড়া ৭ জন কোনো খেলায় পারদর্শী নয়।

i. কতজন ছাত্র উল্লিখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী?

২.৫

Sol<sup>n</sup>: ধরি, ঐ শ্রেণির সকল ছাত্রের সেট U ফুটবল খেলোয়াড়দের সেট F ক্রিকেট খেলোয়াড়দের সেট C, ও হকি খেলোয়াড়দের সেট H, প্রশ্নমতে,

$$n(U) = 100, n(F) = 42, n(C) = 46, n(H) = 39,$$

$$n(F \cap C) = 13, n(C \cap H) = 14, n(F \cap H) = 12,$$

$$n(F \cup C \cup H)' = 7$$

তিনটি খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের  $(F \cap C \cap H)$  সেট।

$$\text{আমরা জানি, } n(F \cup C \cup H) = n(U) - n(F \cup C \cup H)'$$

$$\text{বা, } n(F \cup C \cup H) = n(U) - n(F \cup C \cup H)'$$

$$= 100 - 7 = 93$$

$$\text{এখন, } n(F \cup C \cup H) = n(F) + n(C) + n(H) - n(F \cap C) - n(C \cap H) + n(F \cap C \cap H)$$

$$\text{বা, } 93 = 42 + 46 + 39 - 13 - 14 - 12$$

$$+ n(F \cap C \cap H)$$

$$\text{বা, } 93 = 88 + n(F \cap C \cap H)$$

$$\therefore n(F \cap C \cap H) = 93 - 88 = 5$$

$\therefore$  তিনটি খেলায় পারদর্শী 5 জন (Ans.)

ii. কতজন ছাত্র অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী?

২.৫

Sol<sup>n</sup>: শুধু ফুটবল খেলোয়াড়ের সংখ্যা,  $= n(F) - n(F \cap C) - n(F \cap H) + n(F \cap C \cap H) = 46 - 13 - 12 + 5 = 22$

শুধু ক্রিকেট খেলোয়াড়ের সংখ্যা  $= n(C) - n(F \cap C) - n(C \cap H) + n(F \cap C \cap H) = 42 - 13 - 14 + 5 = 24$

শুধু হকি খেলোয়াড়ের সংখ্যা  $= n(H) - n(F \cap H) - n(C \cap H) + n(F \cap C \cap H) = 39 - 12 - 14 + 5 = 18$

$\therefore$  শুধু একটি খেলায় পারদর্শী  $= (22 + 24 + 18) = 64$  জন

কেবল ফুটবল ও ক্রিকেট খেলে  $= n(F \cap C) - n(F \cap C \cap H) = 13 - 5 = 8$  জন

কেবল ক্রিকেট ও হকি খেলে  $= n(C \cap H) - n(F \cap C \cap H) = 14 - 5 = 9$  জন

কেবল ফুটবল ও হকি খেলে  $= n(F \cap H) - n(F \cap C \cap H) = 12 - 5 = 7$  জন

$\therefore$  কেবল মাত্র দুইটি খেলায় পারদর্শী ছাত্রের সংখ্যা  $= (8 + 9 + 7) = 24$  জন

আবার, তিনটি খেলায় পারদর্শী ছাত্রের সংখ্যা  $= 5$  জন

$\therefore$  অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী ছাত্রের সংখ্যা  $= 24 + 5 = 29$  জন উত্তর : 29 জন।

১০। O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু P থেকে বৃত্তে দুটি স্পর্শক PA এবং PB নেওয়া হলো। প্রমাণ করুন OP সরলরেখা স্পর্শক জ্যা

AB-এর লম্ব দ্বিখণ্ডক।

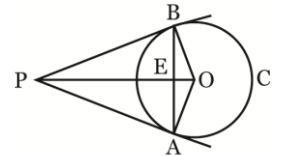
৫

Sol<sup>n</sup>: মনে করি, ABC বৃত্তের O কেন্দ্র এবং P বহিঃস্থ বিন্দু। P বিন্দু হতে অঙ্কিত PA ও PB স্পর্শক বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। O, P এবং A, B যোগ করি। AB স্পর্শক জ্যা। OP, AB কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, OP সরলরেখা AB জ্যা এর লম্ব দ্বিখণ্ডক। অর্থাৎ, AE = BE।

অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ:



ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) যেহেতু OA এবং OB উভয়ই স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। সুতরাং, $\angle OAP =$ এক সমকোণ এবং $\angle OBP =$ এক সমকোণ সমকোণী $\triangle PAO$ ও $\triangle PBO$ -এর মধ্যে $PA = PB$ $OA = OB$ $\therefore \triangle PAO \cong \triangle PBO$ $\therefore \angle POA = \angle POB$	[PA ও PB, A ও B বিন্দুতে স্পর্শক]  [বহিঃস্থ বিন্দু হতে স্পর্শকদ্বয় সমান] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]  [অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
(২) এখন $\triangle OAE$ ও $\triangle OBE$ -এর মধ্যে, $OA = OB$ এবং $OE = OE$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AOE =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle BOE$ অতএব, $\triangle OAE \cong \triangle OBE \therefore AE = BE$ (প্রমাণিত)	[সাধারণ বাহু] [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]