

50<sup>th</sup> Preli. Subject Test-06 (গাণিতিক যুক্তি)-এর ব্যাখ্যাসহ প্রশ্ন সমাধান১. যদি  $p + q = \sqrt{5}$  এবং  $p - q = \sqrt{3}$  হয় তবে  $p^2 + q^2$  এর মান কত? উত্তর : 4সমাধান : দেওয়া আছে,  $p + q = \sqrt{5}$ ,  $p - q = \sqrt{3}$ 

$$\therefore 2(p^2 + q^2) = (p + q)^2 + (p - q)^2$$

$$\text{বা, } 2(p^2 + q^2) = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2 = 5 + 3 = 8 \therefore p^2 + q^2 = 8 \div 2 = 4$$

২. PERMUTATIONS শব্দটির বর্ণগুলি থেকে 1টি স্বরবর্ণ এবং 2টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা সম্ভব যেন স্বরবর্ণটি সবসময় মাঝখানে থাকে? উ.: 155

সমাধান : 'Permutations' শব্দে স্বরবর্ণ ৫টি (e, u, a, i, o);

5টি স্বরবর্ণ থেকে 1টি করে নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা =  ${}^5C_1 = 5$  এবং ব্যঞ্জনবর্ণ ৭টি (p, r, m, t, n, s) একটি 't' বাদ দিয়ে বাকি 6টি ব্যঞ্জনবর্ণ (প্রত্যেকে ভিন্ন) থেকে 2টি করেনিয়ে সমাবেশ সংখ্যা =  ${}^6C_2 = 15$ 3টি বর্ণের (2টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 1টি স্বরবর্ণ) মোট সমাবেশ সংখ্যা  $15 \times 5 = 75$ আবার, ব্যঞ্জনবর্ণ দুইটি নিজেদের মধ্যে  ${}^2P_2$  বা, 2 উপায়ে সাজাতে পারে।

$$\therefore \text{শব্দের মোট সংখ্যা} = 75 \times 2 = 150$$

আবার ব্যঞ্জনবর্ণগুলি 2টি 't' ও 1টি স্বরবর্ণ নিয়েও শব্দ গঠন করা যায়।

$$\therefore {}^2C_2 \times {}^5C_1 \times 1 [ \therefore 2 \text{টি 't' নিজেদের মধ্যে 1 উপায়ে সাজানো যায়} ]$$

$$= 1 \times 5 \times 1 = 5 \therefore \text{নির্ণেয় শব্দের মোট সংখ্যা} = 150 + 5 = 155$$

৩.  $a^3 - b^3 = 513$  হলে এবং  $a - b = 3$  হয়, তবে  $ab$  এর মান কত? উত্তর : 54সমাধান : দেওয়া আছে,  $a^3 - b^3 = 513$  এবং  $a - b = 3$ 

$$\text{আমরা জানি, } (a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$\text{বা, } (3)^3 = 513 - 3ab \times 3 \text{ বা, } 27 = 513 - 9ab \text{ বা, } 9ab = 513 - 27$$

$$\text{বা, } 9ab = 486 \text{ বা, } ab = \frac{486}{9} \therefore ab = 54$$

৪. পরমমান চিহ্ন ব্যতীত প্রকাশ করুন:  $\frac{1}{|5x-1|} > \frac{1}{9}$  এবং  $x \neq \frac{1}{5}$  উ.:  $-\frac{8}{5} < x < 2$ সমাধান :  $\frac{1}{|5x-1|} > \frac{1}{9} \Rightarrow |5x-1| < 9 \Rightarrow -9 < 5x-1 < 9 \Rightarrow -9+1 < 5x < 9+1$ 

$$\Rightarrow -8 < 5x < 10 \Rightarrow -\frac{8}{5} < x < 2$$

৫. Degree শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে যেকোন 4টি অক্ষর প্রত্যেকবার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়? উত্তর : 7

সমাধান : Degree শব্দটিতে মোট 6টি বর্ণ আছে, যার মধ্যে 3টি 'E' বাকিগুলো ভিন্ন। প্রতিবার চারটি বর্ণ নিয়ে নিম্নরূপে বাছাই করা যায়।

ক্ষেত্র	বাছাই
i) 4টি ভিন্ন d,e,g,r	i) ${}^4C_4 = 1$
ii) 2টি একই, 2টি ভিন্ন e,e d,g,r	ii) ${}^2C_2 \times {}^3C_2 = 1 \times 3 = 3$
iii) 3টি একই, 1টি ভিন্ন e,e,e d,g,r	${}^3C_3 \times {}^3C_1 = 1 \times 3 = 3$

$$\therefore \text{মোট বাছাই} = 1 + 3 + 3 = 7$$

৬.  $\frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}} = 5$  হলে x এর মান কত? উত্তর : 10সমাধান :  $\frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}} = 5$ 

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6} + \sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6} - \sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}} = \frac{5+1}{5-1} \text{ [যোজন বিয়োজন করে]}$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-6}} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-6}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x-1}{x-6} = \frac{9}{4} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\Rightarrow 9x - 54 = 4x - 4 \Rightarrow 5x = 50 \Rightarrow x = \frac{50}{5} \therefore x = 10 \text{ (Ans.)}$$

৭. একটি সমান্তর ধারার পঞ্চম পদ 32 এবং নবম পদ 68 হলে 30 তম পদ কত?

উত্তর : 257

সমাধান : সমান্তর ধারার সাধারণ পদ  $a_n = a + (n - 1)d$ এখানে,  $a_5 = a + (5 - 1)d = a + 4d = 32$  (সমীকরণ ১)

$$\bullet a_9 = a + (9 - 1)d = a + 8d = 68 \text{ (সমীকরণ ২)}$$

সমীকরণ ২ থেকে সমীকরণ ১ বিয়োগ করে পাই:

$$(a + 8d) - (a + 4d) = 68 - 32$$

$$4d = 36$$

এখন,  $d = 9$  এর মান সমীকরণ ১ এ বসিয়ে পাই:

$$d = \frac{36}{4} = 9$$

$$a + 4(9) = 32$$

$$a + 36 = 32$$

$$a = 32 - 36 = -4$$

সুতরাং, প্রথম পদ  $a = -4$  এবং সাধারণ অন্তর  $d = 9$ ।

৩০তম পদটি হবে:

$$a_{30} = a + (30 - 1)d$$

$$a_{30} = -4 + (29)(9)$$

$$a_{30} = -4 + 261$$

$$a_{30} = 257$$

৮.  $\log_{25} 5 + \log_{\sqrt{5}} 5$  = কত? উত্তর :  $\frac{5}{2}$ সমাধান :  $\log_{25} 5 + \log_{\sqrt{5}} 5 = \log_{25} \sqrt{25} + \log_{\sqrt{5}} (\sqrt{5})^2$ 

$$= \log_{25} (25)^{\frac{1}{2}} + 2 \log_{\sqrt{5}} \sqrt{5} = \frac{1}{2} \log_{25} 25 + 2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

৯. IMMEDIATE শব্দটির সবকটি বর্ণকে কতপ্রকারে সাজানো যায়, যাতে প্রথমে T ও শেষে A থাকবে? উত্তর : 630

সমাধান : 'Immediate' শব্দটিতে 9টি অক্ষর আছে, যাদের মধ্যে

I = 2টি, m = 2টি, e = 2টি এবং বাকিগুলো ভিন্ন ভিন্ন

$$\therefore \text{মোট সাজানো সংখ্যা} = \frac{9!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 45360$$

$$\text{প্রথমে t এবং শেষে a থাকবে এরূপে সাজানো সংখ্যা} = \frac{7!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 630$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বিন্যাস সংখ্যা} = 630$$

১০.  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{3}{4}$  এবং  $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$  হলে,  $P(A / \bar{B})$  = কত? উত্তর :  $\frac{2}{3}$ সমাধান :  $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ 

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \quad P(A/\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}} = \frac{2}{3}$$

১১. একটি পার্টিতে উপস্থিত প্রত্যেক ব্যক্তি পরস্পরের সাথে করমর্দন করেন। যদি মোট 66টি করমর্দন হয়, তবে পার্টিতে কতজন লোক উপস্থিত ছিল? উত্তর : 12

সমাধান :  ${}^nC_2 = 66$ 

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 66 \Rightarrow n^2 - n - 132 = 0 \Rightarrow n^2 - 12n + 11n - 132 = 0$$

$$\Rightarrow n(n-12) + 11(n-12) = 0 \Rightarrow (n-12)(n+11) = 0$$

$$\Rightarrow n - 12 = 0 \text{ অথবা, } n + 11 = 0$$

$$\Rightarrow n = 12 \Rightarrow n = -11 \text{ (এইমান গ্রহণযোগ্য নয়)}$$

$$\therefore n = 12$$

১২. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  এবং সাধারণ অনুপাত  $\sqrt{\frac{2}{5}}$  হলে ধারাটির ৩য়পদ কত? উত্তর :  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ সমাধান : প্রথম পদ  $a = \frac{\sqrt{5}}{2}$ , সাধারণ অনুপাত  $r = \sqrt{\frac{2}{5}}$ 

$$3\text{য় পদ} = ar^{3-1} = ar^2 = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

১৩.  $15\sqrt{x^{10}\sqrt{x^8\sqrt{x^4}}} = \text{কত?}$  উত্তর :  $x$

সমাধান :  $15\sqrt{x^{10}\sqrt{x^8\sqrt{x^4}}} = 15\sqrt{x^{10} \times \sqrt{x^8 \times x^2}}$   
 $= 15\sqrt{x^{10} \times \sqrt{x^{10}}} = 15\sqrt{x^{10} \times x^5} = (x^{15})^{\frac{1}{15}} = x$

১৪. ৫০ জন লোকের মধ্যে ৩৫ জন ইংরেজি বলতে পারে, ২৫ জন ইংরেজি ও বাংলা বলতে পারে এবং প্রত্যেকেই দুটি ভাষার অন্তত একটি বলতে পারে। বাংলা বলতে পারে কত জন? উত্তর : ৪০

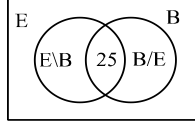
সমাধান :  $n(s) = n(E \cup B) = 50$

$n(E) = 35$

$n(E \cap B) = 25$

আমরা জানি,  $n(E \cup B) = n(E) + n(B) - n(E \cap B)$

বা,  $50 = 35 + n(B) - 25 \therefore n(B) = 40$



১৫.  $\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - \dots$  ধারাটির কোন পদ  $8\sqrt{2}$ ? উত্তর : ৯

সমাধান : প্রথম পদ  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , সাধারণ অনুপাত  $r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2}$

মনে করি,  $n$  তম পদ  $= 8\sqrt{2}$  বা,  $ar^{n-1} = 8\sqrt{2}$  বা,  $\frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$

বা,  $(-\sqrt{2})^{n-1} = \frac{8\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$  বা,  $(-\sqrt{2})^{n-1} = 16$

বা,  $(-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^8$

বা,  $n-1 = 8 \therefore n = 9$

১৬. যদি  $n(A \cap B) = 13$ ,  $n(A) = 40$ ,  $n(B) = 64$  হয় তাহলে  $n(A \cup B)$  এর মান কত? উত্তর : ৯১

সমাধান :  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 40 + 64 - 13 = 91$

১৭.  $\sqrt[3]{8}$  এর ৮ ভিত্তিক লগ কোনটি? উত্তর :  $\frac{1}{3}$

সমাধান :  $\sqrt[3]{8}$  এর ৮ ভিত্তিক লগ  $= \log_8 \sqrt[3]{8} = \log_8 (8)^{1/3}$   
 $= \frac{1}{3} \log_8 (8) = \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{3}$

১৮.  $x^2 - 5x + 6 > 0$  অসমতাটির সমাধান কত? উত্তর :  $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$

সমাধান :  $x^2 - 5x + 6 > 0$  বা,  $x^2 - 3x - 2x + 6 > 0$

বা,  $x(x-3) - 2(x-3) > 0$  বা,  $(x-3)(x-2) > 0$

$(x > 0)$  হবে যদি  $(x-3)$  ও  $(x-2)$  উভয়ই ধনাত্মক বা উভয়ই ঋণাত্মক হয়।

$\Rightarrow x > 3$  হবে। এক্ষেত্রে ৩ অপেক্ষা বড় যেকোনো মানের জন্য অসমতাটি সিদ্ধ হয়। কিন্তু  $x > -3$  এর জন্য অসমতাটি সিদ্ধ নয়। তাই  $x > -3$  বাদ।

এক্ষেত্রে  $> 3$  এর জন্য উত্তর আসতে পারে  $(3, \infty)$

এক্ষেত্রে  $(x-2) < 0$  হয়।

অর্থাৎ  $x < 2$  হয়। এখানে ২ অপেক্ষা ছোট যেকোনো মানের জন্য অসমতাটি সিদ্ধ হয়।

$\therefore x < -2$  এর জন্য উত্তর আসতে পারে  $(-\infty, 2)$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান  $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$

১৯. THESIS শব্দটির অক্ষরগুলো কত প্রকারে সাজানো যায় যাতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে না থাকে? উত্তর : ২৪০

সমাধান : THESIS (৬টি অক্ষর, S দুইবার, স্বরবর্ণ: E, I)

মোট বিন্যাস:  $\frac{6!}{2!} = \frac{720}{2} = 360$

(E, I) কে একটি গুচ্ছ ধরলে, মোট বস্তু ৫টি (T, H, S, S, (EI)), যেখানে S দুইবার।

স্বরবর্ণ একত্রে থাকলে বিন্যাস  $= \frac{5!}{2!} \times 2! = \frac{120}{2} \times 2 = 120$

স্বরবর্ণ একত্রে না থাকলে বিন্যাস  $= 360 - 120 = 240$

২০.  $4\sqrt{x} = 8$  হলে  $x =$  কত? উত্তর :  $\frac{9}{4}$

সমাধান :  $(2^2)\sqrt{x} = 2^3$  বা,  $2^2\sqrt{x} = 2^3$  বা,  $2\sqrt{x} = 3$  বা,  $\sqrt{x} = \frac{3}{2}$  বা,  $x = \frac{9}{4}$

২১. ৯ ব্যক্তির একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে যার একটিতে ৭ জনের বেশি এবং অপরটিতে ৪ জনের বেশি ধরে না। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে?

উত্তর : ২৪৬

সমাধান : যানবাহন (১) যানবাহন (২)

i)  $72 = {}^9C_7 \times {}^2C_2 = \frac{9 \times 8}{2} \times 1 = 36$

ii)  $63 = {}^9C_6 \times {}^3C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} \times 1 = 84$

iii)  $54 = {}^9C_5 \times {}^4C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 1 = 126$

$\therefore$  মোট বাছাই সংখ্যা  $= 36 + 84 + 126 = 246$

২২.  $x = 5 + 2\sqrt{6}$  হলে  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান কত? উত্তর :  $396\sqrt{6}$

সমাধান :

$x = 5 + 2\sqrt{6}$   $1/x = 1/(5 + 2\sqrt{6}) \times (5 - 2\sqrt{6})/(5 - 2\sqrt{6}) = 5 - 2\sqrt{6}$

$x - 1/x = 5 + 2\sqrt{6} - 5 + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$

As we know,  $x^3 - 1/x^3 = (x - 1/x)^3 + 3(x - 1/x)$

$x^3 - 1/x^3 = (4\sqrt{6})^3 + 3(4\sqrt{6})$

$x^3 - x^{-3} = 384\sqrt{6} + 12\sqrt{6} = 396\sqrt{6}$

২৩. প্রত্যেক অংককে একবার ব্যবহার করে ৬, ৫, ২, ৩, ০ দ্বারা পাঁচ অংকবিশিষ্ট কতগুলো অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়? উত্তর : ৩৬

সমাধান : ৬, ৫, ২, ৩ ও ০. বিজোড় সংখ্যা হতে হলে এককের স্থানে ৩ বা ৫ থাকতে হবে। এককের

স্থানে ৩ হলে, এককের স্থান পূরণ করা যায়  ${}^1P_1 = 1$  ভাবে

এবং দশকের " " "  ${}^1P_1 = 1$  ভাবে

" শতকের " " "  ${}^2P_1 = 2$  ভাবে

" হাজারের " " "  ${}^3P_1 = 3$  ভাবে

" অশতের " " "  ${}^3P_1 = 3$  ভাবে

এক্ষেত্রে মোট সংখ্যা  $= 1 \times 1 \times 2 \times 3 \times 3 = 18$  টি

একইভাবে, এককের স্থানে ৫ হলে মোট অর্থপূর্ণ সংখ্যা ১৮টি

$\therefore$  ৬, ৫, ২, ৩, ০ দ্বারা অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা  $= (18 + 18) = 36$  টি

২৪.  $2x + \sqrt{2} = 3x - 4 - 3\sqrt{2}$  হলে  $x =$  কত? উত্তর :  $4(1 + \sqrt{2})$

সমাধান :  $2x + \sqrt{2} = 3x - 4 - 3\sqrt{2}$

বা,  $3x - 3x = -4 - 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$  বা,  $-x = -4 - 4\sqrt{2}$

বা,  $-x = -(4 + 4\sqrt{2})$  বা,  $x = 4(1 + \sqrt{2})$

২৫. ১০টি বস্তুর মধ্যে ২টি একজাতীয় এবং বাকিগুলো ভিন্ন ভিন্ন। ঐ বস্তুগুলো থেকে প্রতিবারে ৫টি নিয়ে কতপ্রকারে বাছাই করা যায়? উত্তর : ১৮২

সমাধান : ২টি একই জাতীয় জিনিস বাদ দিয়ে বাছাই করা যায়  ${}^8C_3$  উপায়ে;

আবার ২টি এক জাতীয় জিনিস হওয়ায় মোট জিনিস হয় ৯টি। তখন বাছাই করা যায়  ${}^9C_5$  উপায়ে।

$\therefore$  মোট বাছাই করা যায়  $= {}^8C_3 + {}^9C_5 = 56 + 126 = 182$  উপায়ে।

২৬.  $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2} = \text{কত?}$  উত্তর : ৪

সমাধান : প্রদত্ত রাশি হলো :  $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$

লবকে সূচকের নিয়মে লিখলে:

$2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1} = 2^{n+4} - 2^2 \cdot 2^{n+1} = 2^{n+4} - 2^{2+n+1} = 2^{n+4} - 2^{n+3}$

হরকে সূচকের নিয়মে লিখলে:

$2^{n+2} \div 2 = 2^{n+2} \div 2^1 = 2^{n+2-1} = 2^{n+1}$

এখন ভগ্নাংশটি দাঁড়ায় :  $\frac{2^{n+4} - 2^{n+3}}{2^{n+1}}$

লব থেকে  $2^{n+3}$  সাধারণ উৎপাদক নিলে:

$\frac{2^{n+3}(2^{n+4-n-3} - 1)}{2^{n+1}} = \frac{2^{n+3}(2^1 - 1)}{2^{n+1}} = \frac{2^{n+3}(2 - 1)}{2^{n+1}} = \frac{2^{n+3} \cdot 1}{2^{n+1}}$

$\frac{2^{n+3}}{2^{n+1}} = 2^{n+3-(n+1)} = 2^{n+3-n-1} = 2^2$

$2^2 = 4$

২৭. একটি বাক্সে 15 টি সাদা এবং 10 টি কালো রঙের মার্বেল আছে। ঐ বাক্সটি থেকে দৈবভাবে দুইটি মার্বেল পরপর উঠিয়ে নিলে প্রতিবারে দুইটি ভিন্ন রঙের মার্বেল

হওয়ার সম্ভাবনা কত?

উত্তর :  $\frac{1}{2}$

সমাধান : বাক্সে মোট মার্বেল  $15 + 10 = 25$ টি।

ধরি 2টি ভিন্ন রঙের মার্বেল উঠানো ঘটনা A এ 25টি মার্বেল থেকে প্রতিবারে 2টি মার্বেল  $25C_2 = \frac{25 \times 24}{1 \times 2} = 300$  উপায়ে উঠানো যায়।

আবার, 15টি সাদা মার্বেল থেকে একটি মার্বেল  $15C_1 = 15$

এবং 10টি কালো মার্বেল থেকে একটি  $10C_1 = 10$  উপায়ে বাছাই করা যায়।

সুতরাং একটি সাদা ও একটি কালো রঙের দুইটি মার্বেল মোট  $15C_1 \times 10C_1 = 15 \times 10 = 150$  উপায়ে উঠানো যায়।

$\therefore$  দুইটি ভিন্ন রঙের মার্বেল উঠানোর সম্ভাব্যতা  $= P(A) = \frac{150}{300} = \frac{1}{2}$

২৮.  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{3}{4}$  এবং A ও B স্বাধীন হলে,  $P(A \cup B)$  এর মান কত?

উত্তর :  $\frac{5}{6}$

সমাধান : A ও B স্বাধীন হলে  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$

২৯. একটি অংক A, B, C এর সমাধানের সম্ভাবনা যথাক্রমে  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ । তারা একত্রে

অংকটি সমাধান করার সম্ভাবনা কত?

উত্তর :  $\frac{3}{4}$

সমাধান :  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$ ,  $P(C) = \frac{1}{4}$

একত্রে অঙ্কটি না পারার সম্ভাবনা  $= P(A') \cdot P(B') \cdot P(C')$

$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$\therefore$  একত্রে অঙ্কটি পারার সম্ভাবনা  $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

৩০.  $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$  ধারাটির কোন পদ 383? উত্তর : 127

সমাধান : প্রথম পদ  $a = 5$ , সাধারণ অন্তর  $d = 8 - 5 = 3$ .

মনে করি,  $n$ তম পদ  $= 383$  বা,  $a + (n - 1)d = 383$

বা,  $5 + (n - 1)3 = 383$  বা,  $(n - 1)3 = 383 - 5$

বা,  $n - 1 = \frac{383 - 5}{3}$  বা,  $n = \frac{383 - 5}{3} + 1 = 127$

৩১. একজন শিক্ষার্থীর বাংলায় ফেল করার সম্ভাবনা  $\frac{1}{5}$ , বাংলা ও ইংরেজি দুইটিতেই পাসের

সম্ভাব্যতা  $\frac{3}{4}$  এবং দুইটির যেকোনো একটিতে পাসের সম্ভাব্যতা  $\frac{7}{8}$ । ঐ শিক্ষার্থীর

কেবল ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা কত?

উত্তর :  $\frac{3}{40}$

সমাধান : মনে করি, ঐ শিক্ষার্থীর বাংলায় পাসের সম্ভাবনা  $P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

এবং বাংলা ও ইংরেজি দুইটিতে পাসের সম্ভাবনা  $P(B \cap E) = \frac{3}{4}$

এবং যে কোনো একটিতে পাসের সম্ভাবনা  $P(B \cup E) = \frac{7}{8}$

আমরা জানি,  $P(B \cup E) = P(B) + P(E) - P(B \cap E)$

$\Rightarrow \frac{7}{8} = \frac{4}{5} + P(E) - \frac{3}{4}$

$\therefore$  ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা  $P(E) = \frac{7}{8} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} = \frac{35 + 30 - 32}{40} = \frac{33}{40}$

সুতরাং কেবলমাত্র ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা  $=$  (ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা)  $-$  (বাংলা ও ইংরেজি দুইটিতে পাসের সম্ভাবনা)।

অর্থাৎ,  $P(E \cap B^c) = P(E) - P(B \cap E) = \frac{33}{40} - \frac{3}{4} = \frac{3}{40}$

৩২.  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 3$  এবং  $a^2 + ab + b^2 = 3$  হলে,  $a^2 - ab + b^2 =$  কত? উত্তর : 1

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণগুলো হলো :  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 3$  এবং  $a^2 + ab + b^2 = 3$  প্রথম সমীকরণটিকে নিম্নরূপে লেখা যায়:

$$a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2 = 3$$

$$(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 = 3$$

এটি  $X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$  আকারে আছে, যেখানে  $X = a^2 + b^2$  এবং  $Y = ab$

$$(a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab) = 3$$

আমরা জানি  $a^2 + ab + b^2 = 3$ । এই মানটি উপরের সমীকরণে বসিয়ে পাই:

$$3 \times (a^2 - ab + b^2) = 3$$

উভয় পক্ষকে ৩ দ্বারা ভাগ করে:  $a^2 - ab + b^2 = \frac{3}{3}$

$$a^2 - ab + b^2 = 1$$

৩৩.  $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$  এর উৎপাদক কোনটি? উত্তর :  $a - y + 4$

সমাধান :  $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

$$= a^2 + 6a + 9 - y^2 + 2y - 1 = \{a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + (3)^2\} - (y^2 - 2y + 1)$$

$$= (a + 3)^2 - (y - 1)^2 = (a + 3 + y - 1)(a + 3 - y + 1)$$

$$= (a + y + 2)(a - y + 4)$$

৩৪.  $\frac{1 - \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$  সমীকরণের সমাধান কোনটি? উত্তর :  $\frac{3}{4}$

সমাধান : উভয় পক্ষকে ব্যস্তকরণ করে  $\frac{1 + \sqrt{1-x}}{1 - \sqrt{1-x}} = 3$

যোজন-বিয়োজন করে-  $\frac{1 + \sqrt{1-x} + 1 - \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1-x} - (1 - \sqrt{1-x})} = \frac{3+1}{3-1} \quad \frac{2}{2\sqrt{1-x}} = \frac{4}{2} \quad \frac{1}{\sqrt{1-x}} = 2$

$\therefore$  উভয় পক্ষকে বর্গ করে  $\frac{1}{1-x} = 4 \quad 1 = 4(1-x) \quad 1 = 4 - 4x \quad 4x = 3$

$$x = \frac{3}{4}$$

৩৫.  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$  হলে,  $x^6 + \frac{1}{x^6}$  এর মান কত? উত্তর : 110

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$  বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (\sqrt{3})^2$  [বর্গ করে পাই]

বা,  $x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 3$  বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 + 2 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$

প্রদত্ত রাশি  $= x^6 + \frac{1}{x^6} = (x^2)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 - 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 5^3 - 3 \times 5 = 125 - 15 = 110$$

৩৬.  $a + b = \sqrt{6}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$  হলে  $8ab(a^2 + b^2) =$  কত? উত্তর : 11

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b = \sqrt{6}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$

বামপক্ষ  $= 8ab(a^2 + b^2) = 4ab \cdot 2(a^2 + b^2)$

$$= \{(a + b)^2 - (a - b)^2\} \{(a + b)^2 + (a - b)^2\}$$

$$= \{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2\} \{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{5})^2\}$$

$$= (6 - 5)(6 + 5) = 1 \times 11 = 11$$

৩৭. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন :  $x^3 - 21x - 20$  উত্তর :  $x + 1$

সমাধান :  $x^3 - 21x - 20$

$$= x^3 + x^2 - x^2 - x - 20x - 20$$

$$= x^2(x + 1) - x(x + 1) - 20(x + 1)$$

$$= (x + 1)(x^2 - x - 20)(x + 1)(x^2 - 5x + 4x - 20)$$

$$= (x + 1)\{x(x - 5) + 4(x - 5)\}$$

$$= (x + 1)(x - 5)(x + 4)$$

৩৮.  $\log_3 \log_2 \log_{\sqrt{3}} 81$  এর মান কত? উত্তর : 1

সমাধান :  $81 = 3^4 = (\sqrt{3})^8 = \sqrt{3}^8 \quad \log_{\sqrt{3}} 81 = \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^8 = 8 \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3}$

যেহেতু  $\log_b b = 1$ , তাই:  $\log_{\sqrt{3}} 81 = 8 \times 1 = 8$

$$\log_2 8 = \log_2 2^3 = 3 \log_2 2$$

যেহেতু  $\log_b b = 1$ , তাই:  $\log_2 8 = 3 \times 1 = 3 \quad \log_3 3$

যেহেতু  $\log_b b = 1$ :  $\log_3 3 = 1$

৩৯.  $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1} =$  কত? উত্তর :  $\frac{10}{7}$

সমাধান :  $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$   
 $= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{5+2}{10}\right)^{-1} = \left(\frac{7}{10}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{7}{10}} = 1 \times \frac{10}{7} = \frac{10}{7}$

৪০.  $a^4 - 4a + 3$  এর উৎপাদক কোনটি? উত্তর :  $a^2 + 2a + 3$

সমাধান :  $a^4 - 4a + 3$   
 $= a^4 - a^3 + a^3 - a^2 + a^2 - a - 3a + 3$   
 $= a^3(a-1) + a^2(a-1) + a(a-1) - 3(a-1)$   
 $= (a-1)(a^3 + a^2 + a - 3)$   
 $= (a-1)(a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a + 3a - 3)$   
 $= (a-1)\{a^2(a-1) + 2a(a-1) + 3(a-1)\}$   
 $= (a-1)(1-1)(a^2 + 2a + 3)$   
 $= (a-1)^2(a^2 + 2a + 3)$

৪১.  $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$  হলে  $x$  এর মান কত? উত্তর :  $\frac{a+b}{2}$

সমাধান :

$$\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2} \quad \frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{-(a^2-b^2)}$$

উভয় পক্ষকে  $(a^2 - b^2)$  দিয়ে গুণ করলে পাওয়া যায় :  $x - a = -(x - b)$   
 $x - a = -x + b$

$$x + x = a + b$$

$$2x = a + b$$

$$x = \frac{a+b}{2}$$

৪২.  $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$  এর উৎপাদক কোনটি? উত্তর :  $x^2 - x + 1$

সমাধান :  $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1 = 4x^3 - x^2 - 4x^2 + x + 4x - 1$   
 $= x^2(4x - 1) - x(4x - 1) + 1(4x - 1)$   
 $= (4x - 1)(x^2 - x + 1)$

৪৩.  $x^3 = 26 + 15\sqrt{3}$  হলে,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান কত? উত্তর : 52

সমাধান :  $x^3 = 26 + 15\sqrt{3}$   
 $\frac{1}{x^3} = \frac{1}{26 + 15\sqrt{3}} : \frac{26 - 15\sqrt{3}}{(26 + 15\sqrt{3})(26 - 15\sqrt{3})} \quad \frac{1}{x^3} = \frac{26 - 15\sqrt{3}}{676 - 675}$   
 $\frac{1}{x^3} = \frac{26 - 15\sqrt{3}}{26^2 - (15\sqrt{3})^2} \quad \frac{1}{x^3} = \frac{26 - 15\sqrt{3}}{1}$   
 $\frac{1}{x^3} = \frac{26 - 15\sqrt{3}}{676 - (225 \times 3)} \quad \frac{1}{x^3} = 26 - 15\sqrt{3}$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (26 + 15\sqrt{3}) + (26 - 15\sqrt{3})$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 26 + 15\sqrt{3} + 26 - 15\sqrt{3} \quad x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$$

৪৪.  $2x - \frac{2}{x} = 3$  হলে  $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$  = কত? উত্তর : 63

সমাধান :  $2\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3 \therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

এখন,  $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 8\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)\right\}$   
 $= 8\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3 \cdot \frac{3}{2}\right\} = 8\left(\frac{27}{8} + \frac{9}{2}\right) = 27 + 36 = 63$

৪৫.  $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$  এর মান কোনটি? উত্তর :  $9^{-1}$

সমাধান :  $\frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}} = \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{(3^2)^{m+1}}{3^{m^2-1}}$   
 $= 3^{m+1-m^2+m} \div 3^{2m+2-m^2+1} = 3^{m+1-m^2+m-2m-2+m^2-1}$   
 $= 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

৪৬.  $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে,  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  এর মান কত? উত্তর : 10

সমাধান :  $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  বা,  $\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$   
 $= \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$   
 প্রদত্ত রাশি,  $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}$   
 $= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2})^2 - 2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 = 12 - 2 = 10$

৪৭.  $(\sqrt{3})^{x+1} = (3\sqrt{3})^{2x-1}$  হলে  $x$  এর মান কত? উত্তর : 5

সমাধান :  $\left(\frac{1}{3^2}\right)^{x+1} = \left(\frac{1}{3^3}\right)^{2x-1}$  বা,  $\frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3}$

বা,  $\frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3}$

বা,  $4x - 2 = 3x + 3$  বা,  $x = 5 \therefore x = 5$

৪৮.  $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}} =$  কত? উত্তর : 1

সমাধান :  $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}} = \log_2 \left(\sqrt{6} \times \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$   
 $= \log_2 \left(\sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) = \log_2 2 = 1$

৪৯. কোন শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 20 জন ফুটবল এবং 15 জন ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে; দুটি খেলাই পছন্দ করে 10 জন, কতজন শিক্ষার্থী দুটি খেলাই পছন্দ করে না? উত্তর : 5 জন

সমাধান : মোট শিক্ষার্থী  $n(U) = 30$  ফুটবল পছন্দ করে  $n(F) = 20$   
 ক্রিকেট পছন্দ করে  $n(C) = 15$  উভয় খেলা পছন্দ করে  $n(F \cap C) = 10$   
 দুটি খেলা পছন্দ করে না  $n(F \cup C)' = ?$

আমরা জানি,  $n(F \cup C) = n(F) + n(C) - n(F \cap C)$   
 $= 20 + 15 - 10 = 35 - 10 = 25$

$\therefore$  উভয় খেলা পছন্দ করে না  $n(F \cup C)' = n(U) - n(F \cup C)$   
 $= 30 - 25 = 5$

৫০.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$  এবং  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$  হলে  $(x, y) =$  কত? উত্তর :  $\left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$  ..... (i),  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$  ..... (ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$  বা,  $\frac{x}{2} = \left(1 - \frac{y}{3}\right)$  বা,  $x = 2\left(1 - \frac{y}{3}\right)$  ..... (iii)

সমীকরণ (ii) এ  $x$  এর মান  $2\left(1 - \frac{y}{3}\right)$  বসিয়ে পাই,

$\frac{1}{3} \times 2\left(1 - \frac{y}{3}\right) + \frac{y}{2} = 1$  বা,  $\frac{2}{3} - \frac{2y}{9} + \frac{y}{2} = 1$

বা,  $\frac{12 - 4y + 9y}{18} = 1$  বা,  $\frac{12 + 5y}{18} = 1$

বা,  $12 + 5y = 18$  বা,  $5y = 18 - 12$

বা,  $5y = 6 \therefore y = \frac{6}{5}$

$y$  এর মান সমীকরণ (iii) এ বসিয়ে পাই,  $x = 2\left(1 - \frac{6}{3 \times 5}\right)$

$= 2 - \frac{12}{15} = \frac{30 - 12}{15} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান :  $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$